

ΛΥΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΛ 2023

Θέμα Α

A₁. Σχολικό βιβλίο σελίδα 30

A₂. Σχολικό βιβλίο σελίδα 22

A₃. α. Λ β. Σ γ. Σ δ. Λ ε. Σ

Θέμα Β

B₁.

$$f'(x) = (2x^3 + \alpha x^2 - 12x + 10)' = 6x^2 + 2\alpha x - 12$$

B₂.

$$f'(1) = 0 \Leftrightarrow 6 \cdot 1^2 + 2\alpha \cdot 1 - 12 = 0 \Leftrightarrow 6 + 2\alpha - 12 = 0 \Leftrightarrow 2\alpha = 6 \Leftrightarrow \alpha = 3$$

B₃.

Για $\alpha = 3$ είναι $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 10$ και $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$

$$\begin{aligned} \text{Η εξίσωση } f'(x) = 0 &\Leftrightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow \\ &x^2 + x - 2 = 0 \text{ με } \Delta = 9 \text{ και } x_1 = -2, \quad x_2 = 1 \end{aligned}$$

Το πρόσημο της f' και η μονοτονία της f φαίνονται στον πίνακα

x	$-\infty$	-2		1	$+\infty$	
F'(x)		+	0	-	0	+
F(x)						
						

Από τον παραπάνω πίνακα βλέπουμε ότι η f

είναι γνησίως αύξουσα σε κάθε ένα από τα διαστήματα $(-\infty, -2]$, $[1, +\infty)$ παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = -2$,

$$\begin{aligned} \text{το } f(-2) &= 2 \cdot (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 - 12 \cdot (-2) + 10 = \\ &= -16 + 12 + 24 + 10 = 30 \end{aligned}$$

και τοπικό ελάχιστο για $x = 1$,

$$\text{το } f(1) = 2 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 + 10 = 2 + 3 - 12 + 10 = 3$$

B₄.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2 + 6x - 12}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6(x^2 + x - 2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6(x+2)(x-1)}{x-1} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} 6(x+2) = 6(1+2) = 18$$

Θέμα Γ

Γ₁.

$$x_3 = \frac{16+20}{2} = 18, \quad x_4 = \frac{20+24}{2} = 22$$

$$\begin{aligned} \text{Οπότε } \bar{x} = 14 &\Leftrightarrow \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + x_3 v_3 + x_4 v_4}{v_1 + v_2 + v_3 + v_4} = 14 \Leftrightarrow \\ &\frac{10 \cdot 20 + 14 \cdot 15 + 18 v_3 + 22 \cdot 5}{20 + 15 + v_3 + 5} = 14 \Leftrightarrow \\ &\frac{200 + 210 + 18 v_3 + 110}{40 + v_3} = 14 \Leftrightarrow \\ &\frac{520 + 18 v_3}{40 + v_3} = 14 \Leftrightarrow \\ &520 + 18 v_3 = 560 + 14 v_3 \Leftrightarrow \\ &v_3 = 10 \end{aligned}$$

Γ₂.

Ο δοσμένος πίνακας γίνεται

Κλάσεις	x_i	v_i	$x_i v_i$
[8 , 12)	10	20	200
[12 , 16)	14	15	210
[16, 20)	18	10	180
[20 , 24)	22	5	110
Σύνολα	—	50	700

Γ₃.

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{v} \sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x}) v_i = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 v_1 + (x_2 - \bar{x})^2 v_2 + (x_3 - \bar{x})^2 v_3 + (x_4 - \bar{x})^2 v_4}{50} = \\ &= \frac{(10-14)^2 20 + (14-14)^2 15 + (18-14)^2 10 + (22-14)^2 5}{50} = \\ &= \frac{320 + 0 + 160 + 320}{50} = 16 \end{aligned}$$

Γ₄.

Αφού $s^2=16$, είναι $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{16}=4$,

επομένως $c_v = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{4}{14} = 0,28 = 28\% > 10\%$,

συνεπώς το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

Θέμα Δ

Δ₁.

Προφανώς το πεδίο ορισμού της f είναι το $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

και $f'(x) = \left(-\frac{1}{x^2}\right)' = -(x^{-2})' = -(-2)x^{-3} = 2x^{-3}$ με $x \neq 0$

Για $x \in (-\infty, 0)$, είναι $x < 0 \Rightarrow x^{-3} < 0 \Rightarrow f'(x) < 0$

Συνεπώς η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, 0)$

Ομοίως είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(0, +\infty)$

Δ₂.

$-4 \leq x \leq -1 \xRightarrow{f \text{ γν.φθίνουσα}} f(-4) \geq f(x) \geq f(-1)$

Αλλά $f(-4) = -\frac{1}{(-4)^2} = -\frac{1}{16}$ και $f(-1) = -\frac{1}{(-1)^2} = -1$

Άρα $-\frac{1}{16} \geq f(x) \geq -1$

Δ₃.

Έστω $y = \lambda x + \beta$ η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο $M(1, f(1))$

Είναι $f(1) = -\frac{1}{1^2} = -1$, άρα $M(1, -1)$

Και $\lambda = f'(1) = 2 \cdot 1^{-3} = 2$

Η εξίσωση της εφαπτομένης επαληθεύεται από το M ,

δηλαδή $-1 = 2 \cdot 1 + \beta \Leftrightarrow \beta = -3$

Η εξίσωση της εφαπτομένης γίνεται $y = 2x - 3$

Δ₄.

Αφού τα σημεία $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $\Gamma(x_3, y_3)$ βρίσκονται στην ευθεία

$y = 2x - 3$ ισχύει $y_i = 2x_i - 3$ με $i = 1, 2, 3$

Από γνωστή εφαρμογή είναι $\bar{y} = 2\bar{x} - 3$, συνεπώς $\bar{y} = 2 \cdot 4 - 3 = 5$ και

$$s_y = |2| s_x = 2 \cdot 2 = 4. \text{ Τότε } cv_y = \frac{s_y}{\bar{y}} = \frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$$

netsuccess.gr